

MỘT SỐ KẾT QUẢ VỀ HÀM CHỌN

Nguyễn Hoàng Sơn

Khoa Toán, Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế

Email: nhson@hueuni.edu.vn

Ngày nhận bài: 9/11/2018; ngày hoàn thành phản biện: 8/12/2018; ngày duyệt đăng: 10/12/2018

TÓM TẮT

Hàm chọn xuất hiện nhiều trong các lĩnh vực của toán, toán ứng dụng và khoa học máy tính. Bài báo này nghiên cứu một số tính chất mới của hàm chọn đặc biệt cũng như tính đóng của lớp hàm chọn đặc biệt đối với phép toán hội và một số vấn đề liên quan.

Từ khóa: hàm chọn, toán tử bao đóng, phụ thuộc hàm.

1 MỞ ĐẦU

Chúng ta đã biết hàm chọn xuất hiện nhiều trong các lĩnh vực của toán ứng dụng và khoa học máy tính (chẳng hạn xem [2, 4, 5, 7]). Các mô tả tương đương của phụ thuộc hàm đã được nghiên cứu từ khá lâu [3, 4, 6, 7]. Hàm chọn và toán tử bao đóng là hai trong số các mô tả tương đương đó. Các mô tả tương đương này chính là các toán tử thiết lập tương ứng giữa các tập con của một tập hữu hạn cho trước thỏa mãn một số tiên đề. Nhiều kết quả quan trọng của phụ thuộc hàm đã thu được từ hàm chọn và toán tử bao đóng. Ngoài ra, bản thân hàm chọn và toán tử bao đóng cũng được xem như các công cụ toán học để phát triển một số kết quả trong các lĩnh vực khác như cơ sở dữ liệu, khai phá dữ liệu, tập thô, tập mờ, lý thuyết quyết định, ...

Mục đích chính của bài báo là nghiên cứu một số đặc trưng cơ bản của hàm chọn để làm sáng tỏ thêm cấu trúc đại số của nó. Với cách tiếp cận như vậy bài báo được tổ chức thành 5 mục. Sau mở đầu, Mục 2 trình bày một số khái niệm và kết quả cơ sở của toán tử bao đóng, hàm chọn và hàm chọn đặc biệt. Mục 3 tìm hiểu thêm một số tính chất thú vị của hàm chọn đặc biệt. Tính đóng của lớp hàm chọn đặc biệt đối với phép toán đại số như hội, hợp thành và một số vấn đề liên quan được nghiên cứu trong Mục 4. Cuối cùng là kết luận.

2 ĐỊNH NGHĨA

Mục này giới thiệu khái niệm toán tử bao đóng, hàm chọn và hàm chọn đặc biệt. Các khái niệm và kết quả trong mục này có thể tìm thấy trong [2, 4, 6, 7, 8].

Xét một tập hữu hạn bất kỳ U . Ánh xạ $c : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ được gọi là *hàm chọn* trên U nếu với mọi $X \in \mathcal{P}(U)$ ta có $c(X) \subseteq X$.

Ví dụ 2.1. Các ánh xạ sau là các hàm chọn cơ bản:

- (1) Ánh xạ rỗng $e : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ xác định bởi $e(X) = \emptyset$, với mọi $X \subseteq U$.
- (2) Ánh xạ đồng nhất $i : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ xác định bởi $i(X) = X$, với mọi $X \subseteq U$.
- (3) Ánh xạ $b_1^T : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ xác định bởi $b_1^T(X) = X \setminus T$, với T là một tập con cố định cho trước của U và với mọi $X \subseteq U$.

(4) Ánh xạ $b_2^T : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ xác định bởi $b_2^T(X) = X \cap T$, với T là một tập con cố định cho trước của U và với mọi $X \subseteq U$.

Nhận xét 2.1. Rõ ràng ta thấy:

- (1) Nếu $T = \emptyset$ thì $b_1^T = i$ và $b_2^T = e$.
- (2) Nếu $T = U$ thì $b_1^T = e$ và $b_2^T = i$.

Ánh xạ $f: \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ thỏa các tính chất sau:

- (C1) $X \subseteq f(X)$,
- (C2) nếu $X \subseteq Y$ thì $f(X) \subseteq f(Y)$,
- (C3) $f(f(X)) = f(X)$,

với mọi $X, Y \subseteq U$, được gọi là *toán tử bao đóng* (TTBĐ) trên U . Ký hiệu $Cl(U)$ là tập tất cả các TTBĐ trên U .

Bây giờ ta xét TTBĐ $f \in Cl(U)$. Từ f , chúng ta xây dựng ánh xạ $c_f : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ như sau:

$$c_f(X) = U \setminus f(U \setminus X) \quad (1)$$

với mọi $X \subseteq Y$. Dễ thấy c_f là một hàm chọn. Lúc này, chúng ta có mối tương quan quan trọng sau giữa TTBĐ và hàm chọn.

Định lý 2.1 ([4]). *Mối quan hệ (1) là tương ứng 1-1 giữa các TTBĐ với các hàm chọn thỏa hai điều kiện:*

- (H1) nếu $c_f(X) \subseteq Y \subseteq X$ thì $c_f(X) = c_f(Y)$,
- (H2) nếu $X \subseteq Y$ thì $c_f(X) \subseteq c_f(Y)$,

với mọi $X, Y \subseteq U$.

Người ta gọi các hàm chọn thỏa hai điều kiện (H1) và (H2) là các *hàm chọn đặc biệt* (HCĐB). Ký hiệu $Ch(U)$ là tập tất cả các HCĐB trên U .

Như vậy, từ Định lý 2.1 chúng ta thấy có một tương ứng 1-1 giữa lớp các HCĐB và lớp các TTBĐ. Mặt khác, chúng ta đã biết TTBĐ là một mô tả tương đương của phụ thuộc hàm [2]. Do đó, HCĐB cũng là một mô tả tương đương của phụ thuộc hàm. Điều này có nghĩa, để nghiên cứu và phân tích các đặc trưng logic của phụ thuộc hàm chúng ta có thể dùng công cụ HCĐB.

Ví dụ 2.2. Dễ kiểm chứng được các hàm chọn cơ bản e, i, b_1^T, b_2^T là các HCĐB.

3 TÍNH CHẤT CỦA HÀM CHỌN ĐẶC BIỆT

Mục này tìm hiểu một số tính chất của HCĐB. Đầu tiên chúng ta có kết quả cơ sở sau đây.

Mệnh đề 3.1 ([6]). *Nếu $c \in Ch(U)$ thì $c(c(X)) = c(X)$ với mọi $X \subseteq U$.*

Hàm chọn đặc biệt cũng có thêm một số tính chất thú vị nữa.

Mệnh đề 3.2. *Cho $c \in Ch(U)$. Khi đó, với mọi $X, Y \subseteq U$ ta có*

- (1) $c(X \cup Y) \supseteq c(X) \cup c(Y)$.
- (2) $c(X \cap Y) \subseteq c(X) \cap c(Y)$.
- (3) $c(c(X) \cap Y) = c(X \cap c(Y)) = c(X \cap Y)$.

Chứng minh. (1) Theo (H2), chúng ta có $c(X \cup Y) \supseteq c(X)$ và $c(X \cup Y) \supseteq c(Y)$. Do vậy, $c(X \cup Y) \supseteq c(X) \cup c(Y)$.

(2) Lập luận tương tự (1), chúng ta cũng có $c(X \cap Y) \subseteq c(X)$ và $c(X \cap Y) \subseteq c(Y)$. Suy ra $c(X \cap Y) \subseteq c(X) \cap c(Y)$.

(3) Chúng ta chỉ cần chứng minh $c(c(X) \cap Y) = c(X \cap Y)$, sau đó hoán đổi vai trò của X và Y ta sẽ thu được (3).

Theo (H2) và định nghĩa hàm chọn, chúng ta có $c(X \cap Y) \subseteq c(X)$ và $c(X \cap Y) \subseteq c(Y) \subseteq Y$. Do đó, $c(X \cap Y) \subseteq c(X) \cap Y$. Mặt khác, $c(X) \cap Y \subseteq X \cap Y$. Như vậy, chúng ta thu được

$$c(X \cap Y) \subseteq c(X) \cap Y \subseteq X \cap Y.$$

Áp dụng (H1), suy ra $c(c(X) \cap Y) = c(X \cap Y)$. □

Các bao hàm thức ngược lại trong các tính chất (1) và (2) của Mệnh đề 3.2 là không đúng. Ta xét các phản ví dụ sau.

Ví dụ 3.1. Cho tập $U = \{a, b\}$. Chúng ta định nghĩa ánh xạ $c_a : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ như sau: với mọi $X \subseteq U$

$$c_a(X) = \begin{cases} \emptyset & \text{nếu } a \notin X \\ X & \text{ngược lại.} \end{cases}$$

Dễ kiểm chứng được $c_a \in Ch(U)$.

Bây giờ ta xét $X = \{a\}$ và $Y = \{b\}$. Khi đó chúng ta có:

$$c_a(X) = X$$

$$c_a(Y) = \emptyset$$

$$c_a(X \cup Y) = U.$$

Suy ra $c_a(X \cup Y) \neq c_a(X) \cup c_a(Y)$. Điều này có nghĩa bao hàm thức ngược lại của tính chất (1) trong Mệnh đề 3.2 không đúng.

Ví dụ 3.2. Cho tập $U = \{a, b, c\}$. Xét ánh xạ $c_b : 2^U \rightarrow 2^U$ xác định bởi:

$$c_b(X) = \begin{cases} \emptyset & \text{nếu } X = \{b\} \\ X & \text{ngược lại.} \end{cases}$$

Dễ kiểm chứng được $c_b \in Ch(U)$.

Với $X = \{a, b\}$ và $Y = \{b, c\}$, chúng ta thu được:

$$c_b(X) = X$$

$$c_b(Y) = Y$$

$$c_b(X \cap Y) = \emptyset.$$

Do đó $c_b(X \cap Y) \neq c_b(X) \cap c_b(Y)$. Như vậy bao hàm thức ngược lại của tính chất (2) trong Mệnh đề 3.2 cũng không đúng.

Bây giờ, xét HCĐB $c \in Ch(U)$. Ký hiệu $Fix(c) = \{X \subseteq U : c(X) = X\}$. Ta gọi các phần tử trong $Fix(c)$ là các *điểm bất động* của c . Dễ thấy $Fix(c)$ chứa $\emptyset$ như là phần tử nhỏ nhất.

Mệnh đề 3.3. Cho $c \in Ch(U)$. Nếu $X, Y \in Fix(c)$, thì

$$c(X \cup Y) = c(X) \cup c(Y).$$

Chứng minh. Giả sử $X, Y \in \text{Fix}(c)$. Theo định nghĩa hàm chọn, ta có

$$\begin{aligned} c(X \cup Y) &\subseteq X \cup Y \\ &= c(X) \cup c(Y). \end{aligned}$$

Mặt khác, theo Mệnh đề 3.2 ta cũng có thêm:

$$c(X \cup Y) \supseteq c(X) \cup c(Y).$$

□

Hệ quả 3.1.

- 1) $\emptyset \in \text{Fix}(c)$.
- 2) $X, Y \in \text{Fix}(c) \Rightarrow X \cup Y \in \text{Fix}(c)$.

Như vậy, tập tất cả điểm bất động của HCĐB là đóng đối với phép toán hợp.

4 TÍNH ĐÓNG VÀ MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN CỦA HÀM CHỌN ĐẶC BIỆT

Ký hiệu $Ma(U)$ là tập tất cả các ánh xạ $\mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$. Chúng ta xét các ánh xạ $f_1, f_2, g, h, k \in Ma(U)$. Các ánh xạ g, h và k xác định như sau:

$$\begin{aligned} g(X) &= f_1(X) \cap f_2(X), \\ h(X) &= f_1(X) \cup f_2(X), \\ k(X) &= f_1(f_2(X)), \end{aligned}$$

với mọi $X \subseteq U$, tương ứng được gọi là *hội*, *tuyển* và *hợp thành* của f_1, f_2 và lần lượt được ký hiệu là $g = f_1 \wedge f_2, h = f_1 \vee f_2$ và $k = f_1 f_2$.

Bây giờ xét U_1, U_2 là hai tập hữu hạn phân biệt và hai ánh xạ $f_1 \in Ma(U_1), f_2 \in Ma(U_2)$. Ánh xạ $l : \mathcal{P}(U_1 \cup U_2) \rightarrow \mathcal{P}(U_1 \cup U_2)$ xác định bởi $l(X) = f_1(X \cap U_1) \cup f_2(X \cap U_2)$ với mọi $X \subseteq U_1 \cup U_2$ được gọi là *tích trực tiếp* của f_1 và f_2 , ký hiệu là $l = f_1 \times f_2$.

Lớp HCĐB là đóng đối với phép toán tuyển và tích trực tiếp, không đóng đối với phép toán hợp thành [7]. Điều kiện cần và đủ để lớp HCĐB đóng đối với phép toán hợp thành cũng được chỉ ra trong [7]. Tuy nhiên, trong [7] (Bổ đề 3.7) người ta khẳng định thêm lớp HCĐB là đóng đối với phép toán hội bằng cách sử dụng công cụ TTBD. Trong kết quả sau, bài báo khẳng định kết quả đó không đúng.

Mệnh đề 4.1. *Hội hai HCĐB là một hàm chọn thỏa (H2) nhưng không thỏa (H1).*

Chứng minh. Giả sử $c_1, c_2 \in Ch(U)$. Suy ra $c_1(X) \cap c_2(X) \subseteq X$ với mọi $X \subseteq U$. Do đó, $c_1 \wedge c_2$ là một hàm chọn trên U .

Mặt khác với $X \subseteq Y \subseteq U$, chúng ta có $c_1(X) \subseteq c_1(Y)$ và $c_2(X) \subseteq c_2(Y)$. Nên $c_1(X) \cap c_2(X) \subseteq c_1(Y) \cap c_2(Y)$, nghĩa là hàm $c_1 \wedge c_2$ thỏa (H2).

Bây giờ, chúng ta xây dựng một phản ví dụ như sau: với $U = \{a, b\}$ và hai ánh xạ $b_a, c_a : \mathcal{P}(U) \rightarrow \mathcal{P}(U)$ xác định bởi:

$$b_a(X) = X \setminus \{a\}$$

và

$$c_a(X) = \begin{cases} \emptyset & \text{nếu } a \notin X \\ X & \text{ngược lại} \end{cases}$$

với mọi $X \subseteq U$. Để kiểm chứng được $b_a, c_a \in Ch(U)$.

Lúc này

$$b_a \wedge c_a(U) = b_a(U) \cap c_a(U) = \{b\}$$

$$b_a \wedge c_a(\{b\}) = b_a(\{b\}) \cap c_a(\{b\}) = \emptyset.$$

Suy ra $b_a \wedge c_a(\{b\}) \neq b_a \wedge c_a(U)$.

Như vậy, chúng ta có $b_a \wedge c_a(U) \subseteq \{b\} \subseteq U$ nhưng $b_a \wedge c_a(\{b\}) \neq b_a \wedge c_a(U)$. Điều này có nghĩa $b_a \wedge c_a$ không thỏa (H1).

Vậy, $c_1 \wedge c_2$ không thỏa (H1). $\square$

Để ý thêm hai HCĐB b_a và c_a trong phản ví dụ của chứng minh Mệnh đề 4.1 cũng khẳng định hợp thành của hai HCĐB không có tính giao hoán và không thỏa (H1), do đó không phải là một HCĐB:

$$b_a c_a(U) = b_a(c_a(U)) = \{b\}$$

$$b_a c_a(\{b\}) = b_a(c_a(\{b\})) = \emptyset$$

$$c_a b_a(U) = c_a(b_a(U)) = \emptyset.$$

Suy ra $b_a c_a(U) \neq c_a b_a(U)$, và do đó $b_a c_a \neq c_a b_a$. Ngoài ra, $b_a c_a(\{b\}) \neq b_a c_a(U)$. Nên, với $b_a c_a(U) \subseteq \{b\} \subseteq U$ nhưng $b_a c_a(\{b\}) \neq b_a c_a(U)$. Nghĩa là, $b_a c_a$ không thỏa (H1).

Trường hợp, hợp thành hai HCĐB có tính giao hoán khi và chỉ khi nó là một HCĐB [6].

Bây giờ, tiếp theo chúng ta tìm hiểu một số tính chất của phép toán hội, hợp thành và mối tương quan giữa chúng. Xét hai ánh xạ $f_1, f_2 \in Ma(U)$. Ta nói f_1 *hẹp hơn* f_2 , ký hiệu $f_1 \leq f_2$, nếu $f_1(X) \subseteq f_2(X)$ với mọi $X \subseteq U$.

Có thể thấy ngay quan hệ hẹp hơn là một quan hệ thứ tự trên $Ma(U)$. Để kiểm chứng, trên $Ma(U)$ phép toán hội và tuyển có tính phân phối phải (nhưng không phân phối trái) đối với phép toán hợp thành. Từ định nghĩa quan hệ hẹp hơn, chúng ta dễ dàng rút ra ngay một điều kiện đủ để lớp HCĐB là đóng đối với phép toán hội là: với mọi HCĐB $c_1, c_2 \in Ch(U)$, nếu $c_1 \leq c_2$ hoặc $c_2 \leq c_1$, thì $c_1 \wedge c_2 \in Ch(U)$.

Mệnh đề 4.2. Nếu $c_1 \in Ch(U)$ và c_2 là một hàm chọn, thì

$$c_1 c_2 = c_1 \Leftrightarrow c_1 \leq c_2.$$

Chứng minh. Giả sử $c_1 c_2 = c_1$. Vì $c_1 \in Ch(U)$, nên $c_1 c_2(X) \subseteq c_2(X)$ với mọi $X \subseteq U$, và do đó $c_1(X) \subseteq c_2(X)$ với mọi $X \subseteq U$.

Ngược lại, giả sử $c_1 \leq c_2$. Vì c_2 là một hàm chọn, suy ra $c_1(X) \subseteq c_2(X) \subseteq X$ với mọi $X \subseteq U$. Vận dụng (H1) đối với c_1 , chúng ta thu được $c_1 c_2(X) = c_1(X)$ với mọi $X \subseteq U$. $\square$

Bổ đề 4.1. Với mọi ánh xạ $f_1, f_2 \in Ma(U)$ và $c \in Ch(U)$ ta có

$$(1) c(f_1 \wedge f_2) \leq c f_1 \wedge c f_2.$$

$$(2) c(f_1 \vee f_2) \geq c f_1 \wedge c f_2.$$

Chứng minh. (1) Theo định nghĩa phép toán hội và Mệnh đề 3.2, với mọi $X \subseteq U$ ta có

$$\begin{aligned} c(f_1 \wedge f_2)(X) &= c(f_1(X) \cap f_2(X)) \\ &\subseteq c(f_1(X)) \cap c(f_2(X)) \\ &= c f_1 \wedge c f_2(X). \end{aligned}$$

Suy ra, $c(f_1 \wedge f_2) \leq c f_1 \wedge c f_2$.

(2) Lập luận tương tự như (1), chúng ta cũng có

$$\begin{aligned} c(f_1 \vee f_2)(X) &= c(f_1(X) \cup f_2(X)) \\ &\supseteq c(f_1(X)) \cap c(f_2(X)) \\ &= cf_1 \wedge cf_2(X). \end{aligned}$$

Do đó, $c(f_1 \vee f_2) \geq cf_1 \vee cf_2$ □

Bổ đề 4.2. Nếu $c_1, c_2 \in Ch(U)$, thì $c_1 c_2 \leq c_1 \wedge c_2$.

Chứng minh. Vì $c_1, c_2 \in Ch(U)$, nên $c_2(X) \subseteq X$, và do đó $c_1(c_2(X)) \subseteq c_1(X)$, với mọi $X \subseteq U$. Hơn nữa, $c_1(c_2(X)) \subseteq c_2(X)$ với mọi $X \subseteq U$. Như vậy, $c_1 c_2(X) \subseteq c_1 \wedge c_2(X)$ với mọi $X \subseteq U$. □

Bổ đề 4.3. Cho $c_1, c_2 \in Ch(U)$. Nếu $c_1 c_2$ có tính giao hoán, thì

$$(c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2) = c_1 c_2.$$

Chứng minh. Theo Mệnh đề 3.1, Bổ đề 4.1, Bổ đề 4.2 và tính phân phối phải của phép hội đối với phép hợp thành ta có:

$$\begin{aligned} (c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2) &= c_1(c_1 \wedge c_2) \wedge c_2(c_1 \wedge c_2) \\ &\leq (c_1 c_1 \wedge c_1 c_2) \wedge (c_2 c_1 \wedge c_2 c_2) \\ &= (c_1 \wedge c_1 c_2) \wedge (c_2 c_1 \wedge c_2) \\ &= c_1 c_2 \wedge c_2 c_1 \\ &= c_1 c_2. \end{aligned}$$

Hơn nữa, theo Bổ đề 4.2, $c_1 c_2 \leq c_1 \wedge c_2$. Bởi định nghĩa quan hệ nhỏ hơn, suy ra $(c_1 c_2)(c_1 c_2) \leq (c_1 \wedge c_2)(c_1 c_2)$. Cũng từ $c_1 c_2 \leq c_1 \wedge c_2$ và Mệnh đề 4.1, suy ra $(c_1 \wedge c_2)(c_1 c_2) \leq (c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2)$. Như vậy, chúng ta thu được $(c_1 c_2)(c_1 c_2) \leq (c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2)$. Cuối cùng, vì $c_1 c_2$ có tính giao hoán, nên $c_1 c_2 \in Ch(U)$ [6]. Do vậy, $c_1 c_2 \leq (c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2)$. Điều này có nghĩa $(c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2) = c_1 c_2$. □

Từ các kết quả cơ sở trên, chúng ta rút ra được mối tương quan sau giữa phép toán hội và phép toán hợp thành.

Mệnh đề 4.3. Cho $c_1, c_2 \in Ch(U)$ và $c_1 c_2$ có tính giao hoán. Nếu $c_1 \wedge c_2 \in Ch(U)$, thì $c_1 \wedge c_2 = c_1 c_2$.

Chứng minh. Giả sử $c_1 \wedge c_2 \in Ch(U)$. Theo Mệnh đề 3.1 và Bổ đề 4.3, chúng ta thu được:

$$\begin{aligned} c_1 c_2 &= (c_1 \wedge c_2)(c_1 \wedge c_2) \\ &= c_1 \wedge c_2. \end{aligned}$$

□

5 KẾT LUẬN

Đầu tiên bài báo nghiên cứu một số tính chất thú vị của HCĐB. Sau đó tính đóng của lớp HCĐB đối với phép toán hội cũng được tìm hiểu. Cuối cùng một số tính chất của phép toán hội, hợp thành trên lớp các HCĐB cũng được nghiên cứu trong bài báo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Armstrong W. W. (1974), Dependency structures of database relationships, *Information processing* 74, pp. 580-583.
- [2] Danilov V., Koshevoy G. (2009), Choice functions and extensive operators, *Order*, 26, pp. 69-94.
- [3] Demetrovics J., Furedi Z., Katona G.O.H. (1985), Minimum matrix representation of closure operations, *Discrete Applied Mathematics* 11, pp. 115-128.
- [4] Demetrovics J., Hencsey G., Libkin L., Muchnik I. (1992), On the interaction between closure operations and choice functions with applications to relational databases, *Acta Cybernetica* 10, pp. 129-139.
- [5] Moulin H. (1985), Choice functions over a finite set: A summary, *Soc. Choice Welf.* 2, pp. 147-160.
- [6] Vu Duc Nghia, Bina Ramamurthy (2002), Properties of composite of closure operations and choice functions, *Acta Cybernetica* 15, pp. 457-465.
- [7] Vu Duc Nghia (2004), Relationships between closure operations and choice functions equivalent descriptions of a family of functional dependencies, *Acta Cybernetica* 16, pp. 485-506.
- [8] Nguyen Hoang Son, Vu Duc Thi (2018), Some the combinatorial characteristics of closure operations, *Algebra and Discrete Mathematics*, Accepted.

SOME RESULTS ABOUT CHOICE FUNCTION

Nguyen Hoang Son

Department of Mathematics, University of Sciences, Hue University

Abstract

Choice functions appear in many fields in pure or applied mathematics and computer science. This paper investigates some new properties of special choice functions, as well as the closeness of special choice functions class under intersection operation, and some related problems.

Keywords: Choice function, closure operation, functional dependency.



Nguyễn Hoàng Sơn sinh ngày 28 tháng 06 năm 1973 tại Thành phố Huế. Ông tốt nghiệp ngành Toán tin tại Trường Đại học Tổng hợp Huế 1995, tốt nghiệp Cao học Khoa học máy tính tại Trường Đại học Bách khoa Hà Nội năm 1998, và bảo vệ luận án Tiến sĩ Khoa học máy tính năm 2006 tại Viện Công nghệ thông tin Hà Nội. Ông hiện đang giảng dạy tại Khoa Toán, Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

Lĩnh vực nghiên cứu: Cơ sở dữ liệu, Khai phá dữ liệu, lý thuyết độ phức tạp tính toán và toán rời rạc.